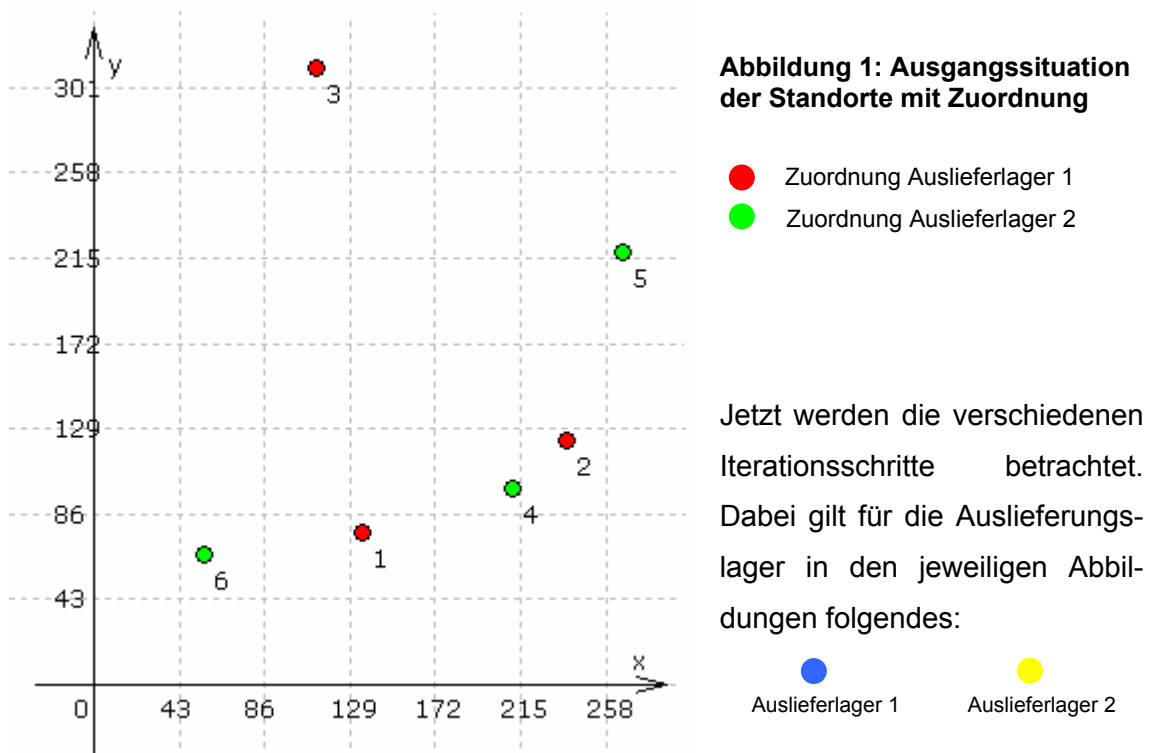


Manhattan-Metrik anhand des Beispiels

Gesucht werden die zwei Standorte für zwei Auslieferungslager. Die Standpunkte der Nachfrager (i) sind durch die Koordinaten (x_i / y_i) gegeben. Sie fragen bestimmte Mengen b_i nach.

Standort	x-Koordinate	y-Koordinate	Transportmenge b
1	135	77	150
2	238	123	120
3	112	311	200
4	211	99	57
5	267	218	100
6	56	66	110

Der erste Zuordnungsvektor lautet: $z := (1,1,1,2,2,2)$. Das heißt die Standorte 1, 2, 3 werden dem Auslieferungslager 1 zugeordnet, während die Standorte 4, 5, 6 dem Lager 2 zugeordnet werden.

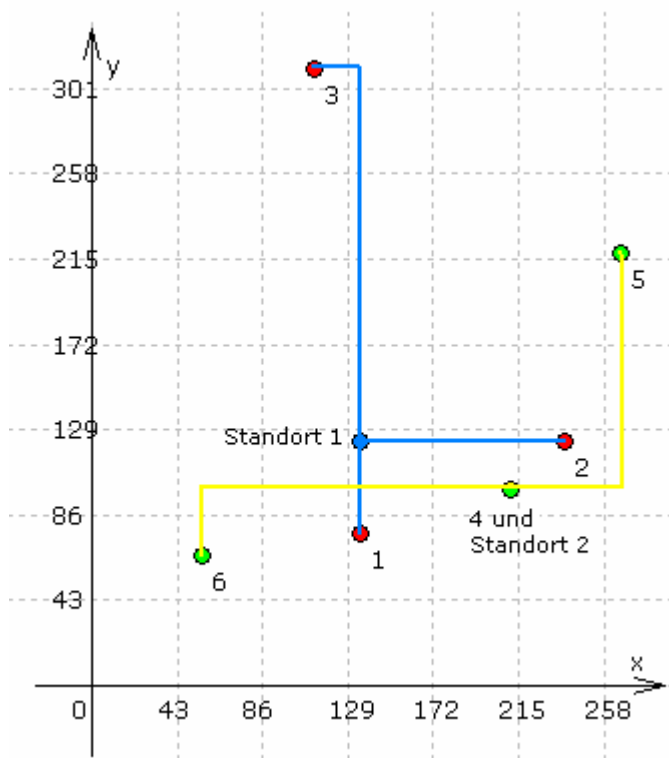


Dabei sollen die gesamten Transportkosten minimiert werden, so dass gelten muss:

$$\text{minimiere } F(x,y) = c \cdot \sum_{i \in K} b_i \cdot (|x - x_i| + |y - y_i|)$$

wobei hier $c=1$ angenommen wird. Des Weiteren werden die Verbindungen der einzelnen Subjekte in Manhattan-Metrik-Manier getätigt. Also im 90° Winkel.

Abbildung 2: Standorte nach Ausgangsbasis



Zuordnung	Standort	x	y	b
○	1	135	77	150
○	2	238	123	120
○	3	112	311	200
○	4	211	99	57
○	5	267	218	100
○	6	56	66	110

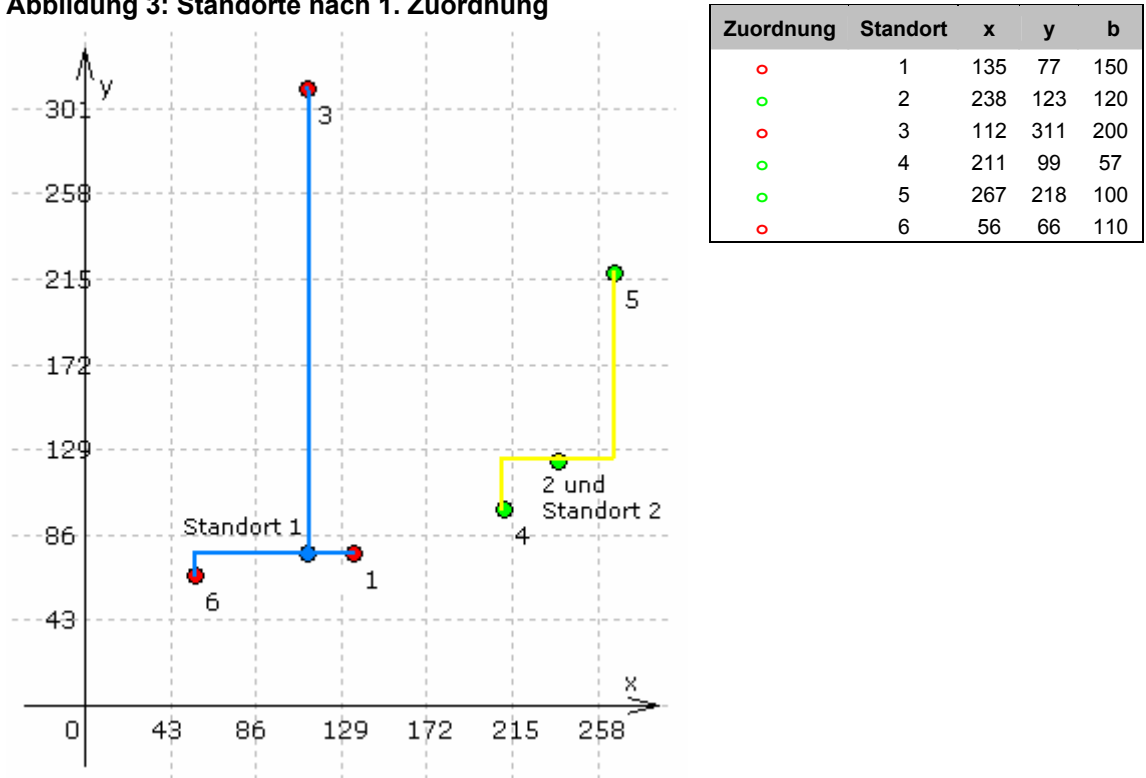
Betrachtung Auslieferungslager 1				Betrachtung Auslieferungslager 2			
x-Koordinate		y-Koordinate		x-Koordinate		y-Koordinate	
$x_i(1)$	$b_i(1)$	$y_i(1)$	$b_i(1)$	$x_i(2)$	$b_i(2)$	$y_i(2)$	$b_i(2)$
112	200	77	150	56	110	66	110
135	150	123	120	211	57	99	57
238	120	311	200	267	100	218	100
gesamt	470	gesamt	470	gesamt	267	gesamt	267
	/2=235		/2=235		/2=133.5		/2=133.5
→ Auslieferungslager 1 bei (135 / 123)				→ Auslieferungslager 2 bei (211 / 99)			
$F(x, y) = 46 \cdot 150 + 103 \cdot 120 + 211 \cdot 200 + 0 \cdot 57 + 175 \cdot 100 + 188 \cdot 110 = 99.640$							

Bei dieser Zuordnung erhält Auslieferungslager 1 die Koordinaten (135/123). Ihm zugeordnet ist Senke (Nachfrager) 1, 2 und 3. Auslieferungslager 2 erhält hierbei die Koordinaten (211/99) und ist zugleich am selben Platz wie Senke 4. Ihm wiederum zugeordnet werden Senke 4, 5 und 6. Bei dieser Standortplanung entstehen Kosten in Höhe von 99.640 Geldeinheiten.

Im nächsten Schritt wird die Zuordnung neu getroffen. Dabei werden die einzelnen Entfernungen der sechs Standorte zu den bestimmten zwei Lieferzentren berechnet. (Dies geschieht bei der Manhattan-Metrik im rechten Winkel) Derjenige Weg, der absolut kleiner ist, bestimmt dabei die neue Zuordnung des Standortes zu einem Auslieferungslager. Als Ergebnis dieser Rechnung erhält die neue Zuordnung folgendes Aussehen:

Auslieferungslager 1 werden die Senken die Senken 1, 3 und 6 zugeordnet. Auslieferungslager 2 erhält nun die Senken 2, 4 und 5. Neuer Zuordnungsvektor $z := (1,2,1,2,2,1)$.

Abbildung 3: Standorte nach 1. Zuordnung



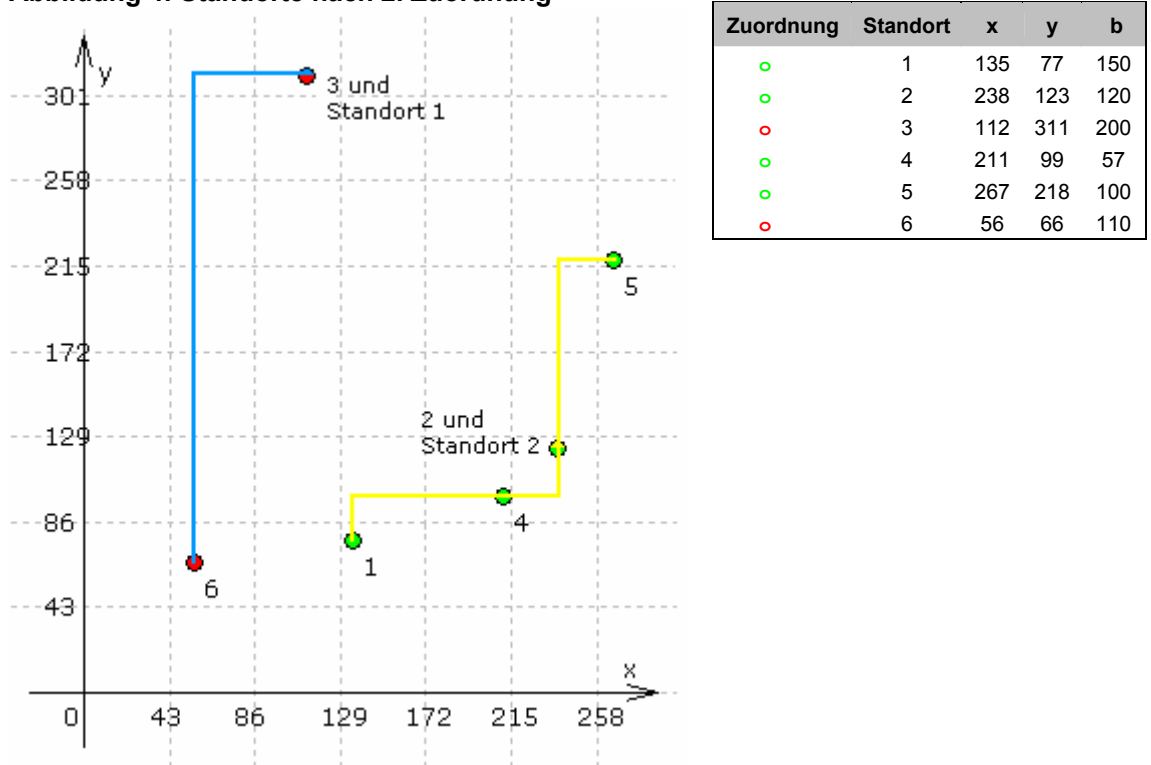
Betrachtung Auslieferungslager 1				Betrachtung Auslieferungslager 2				
x-Koordinate		y-Koordinate		x-Koordinate		y-Koordinate		
$x_i(1)$	$b_i(1)$	$y_i(1)$	$b_i(1)$	$x_i(2)$	$b_i(2)$	$y_i(2)$	$b_i(2)$	
56	110	< 230	66	110	< 230	211	57	< 138.5
112	200	> 230	77	150	> 230	238	120	> 138.5
135	150		311	200		267	100	
gesamt	460		gesamt	460		gesamt	277	
	/2=230		/2=230		/2=138.5		/2=138.5	
→ Auslieferungslager 1 bei (112 / 77)				→ Auslieferungslager 2 bei (238 / 123)				
$F(x, y) = 23 \cdot 150 + 0 \cdot 120 + 234 \cdot 200 + 51 \cdot 57 + 124 \cdot 100 + 67 \cdot 110 = 72.927$								

Bei dieser Zuordnung erhält Auslieferungslager 1 die Koordinaten (112/77). Ihm zugeordnet ist Senke (Nachfrager) 1, 3 und 6. Auslieferungslager 2 erhält hierbei die Koordinaten (238/123) und ist zugleich am selben Platz wie Senke 2. Ihm wiederum zugeordnet werden Senke 2, 4 und 5. Bei dieser Standortplanung entstehen Kosten in Höhe von 72.927 Geldeinheiten.

Da im nächsten Iterationsschritt die einzelnen Standorte nicht neu zugeordnet werden, bricht das Verfahren an dieser Stelle ab. Nun wird in einem nächsten Schritt die Zuord-

nung neu getroffen. Dabei werden Auslieferungslager 1 die Senken 3 und 6 beigeordnet. Auslieferungslager 2 erhält nun die Senken 1, 2, 4 und 5. Neuer Zuordnungsvektor $z := (2, 2, 1, 2, 2, 1)$.

Abbildung 4: Standorte nach 2. Zuordnung

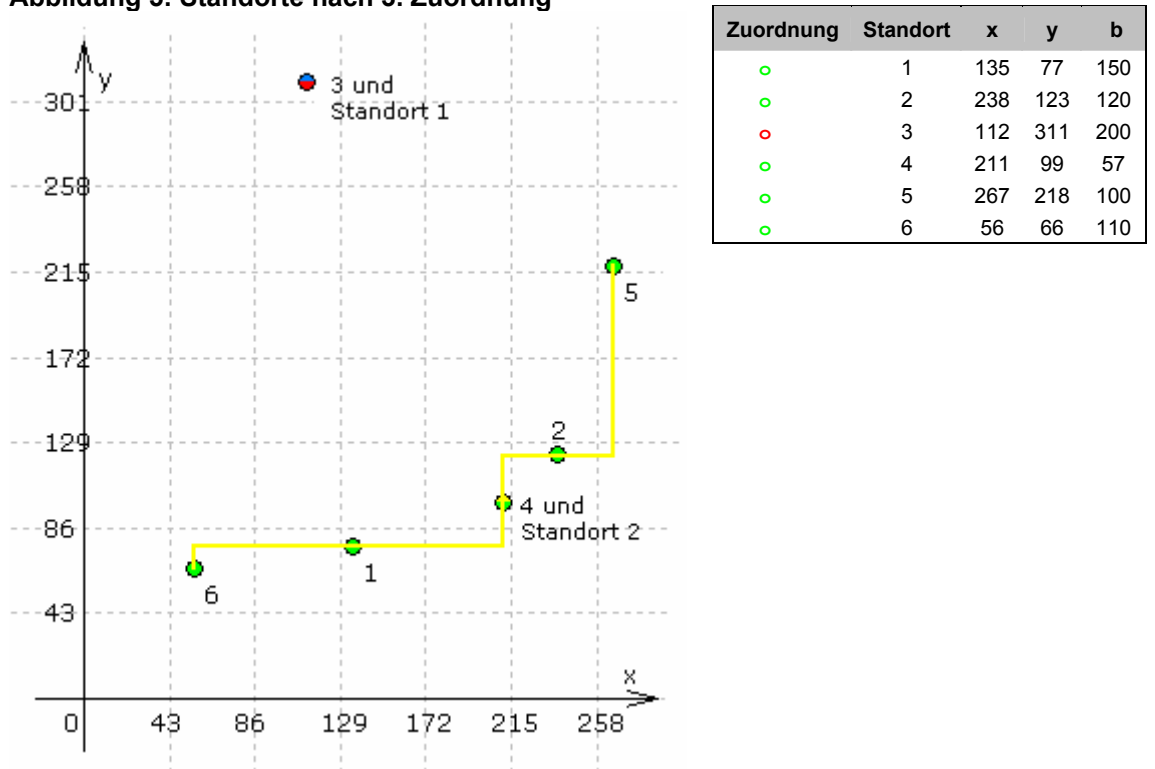


Betrachtung Auslieferungslager 1				Betrachtung Auslieferungslager 2			
x-Koordinate		y-Koordinate		x-Koordinate		y-Koordinate	
$x_i(1)$	$b_i(1)$	$y_i(1)$	$b_i(1)$	$x_i(2)$	$b_i(2)$	$y_i(2)$	$b_i(2)$
56	110	66	110	135	150	77	150
112	200	311	200	211	57	99	57
_____		_____		238	120	123	120
gesamt	310	gesamt	310	267	100	218	100
	/2=155		/2=155	gesamt	427	gesamt	427
					/2=213.5		/2=213.5
→ Auslieferungslager 1 bei (112 / 311)				→ Auslieferungslager 2 bei (238 / 123)			
$F(x, y) = 149 \cdot 150 + 0 \cdot 120 + 0 \cdot 200 + 51 \cdot 57 + 124 \cdot 100 + 301 \cdot 110 = 70.767$							

Bei dieser Zuordnung erhält Auslieferungslager 1 die Koordinaten (112/311) und ist zugleich Senke 3. Ihm zugeordnet ist Senke (Nachfrager) 3 und 6. Auslieferungslager 2 erhält hierbei die Koordinaten (238/123) und ist zugleich am selben Platz wie Senke 2. Ihm wiederum zugeordnet werden Senke 1, 2, 4 und 5. Bei dieser Standortplanung entstehen Kosten in Höhe von 70.767 Geldeinheiten.

Im Nächsten Schritt wird die Zuordnung neu getroffen. Dabei werden die einzelnen Entfernungen der sechs Standorte zu den bestimmten zwei Lieferzentren berechnet. Derjenige Weg, der absolut kleiner ist, bestimmt dabei die neue Zuordnung des Standortes zu einem Auslieferungslager. Als Ergebnis dieser Rechnung erhält die neue Zuordnung folgendes Aussehen: Auslieferungslager 1 wird die Senke 3 zugeordnet. Auslieferungslager 2 erhält nun die Senken 1, 2, 4, 5 und 6. Neuer Zuordnungsvektor $z := (2, 2, 1, 2, 2, 2)$.

Abbildung 5: Standorte nach 3. Zuordnung

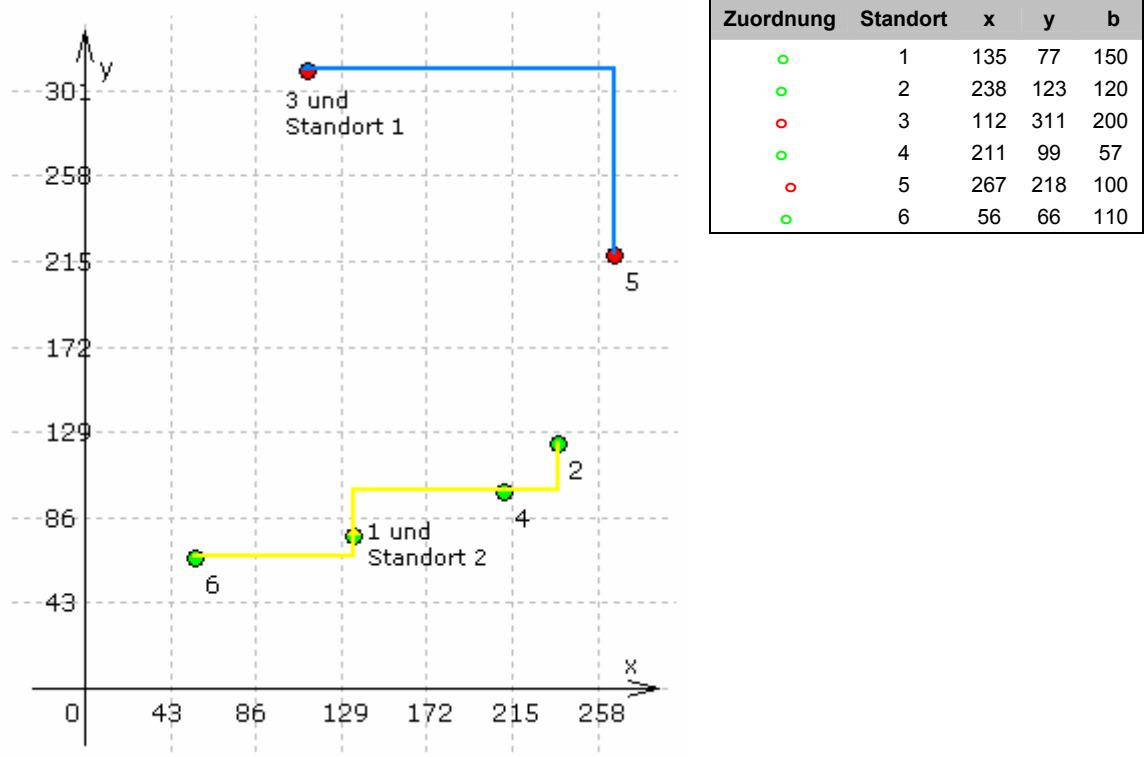


Betrachtung Auslieferungslager 1				Betrachtung Auslieferungslager 2			
x-Koordinate		y-Koordinate		x-Koordinate		y-Koordinate	
$x_i(1)$	$b_i(1)$	$y_i(1)$	$b_i(1)$	$x_i(2)$	$b_i(2)$	$y_i(2)$	$b_i(2)$
112	200 > 100	311	200 > 100	56	110 < 268.5	66	110 < 268.5
				135	150 < 268.5	77	150 < 268.5
				211	57 > 268.5	99	57 > 268.5
				238	120	123	120
				267	100	218	100
gesamt	200	gesamt	200	gesamt	537	gesamt	537
	/2=100		/2=100		/2=268.5		/2=268.5
→ Auslieferungslager 1 bei (112/ 311)				→ Auslieferungslager 2 bei (211 / 99)			
$F(x,y) = 98 \cdot 150 + 51 \cdot 120 + 0 \cdot 200 + 0 \cdot 57 + 175 \cdot 100 + 188 \cdot 110 = 59.000$							

Bei dieser Zuordnung erhält Auslieferungslager 1 die Koordinaten (112/311) und ist zugleich Senke 3. Auslieferungslager 2 erhält hierbei die Koordinaten (211/99) und ist zugleich am selben Platz wie Senke 4. Ihm wiederum zugeordnet werden Senke 1, 2, 4, 5 und 6. Bei dieser Standortplanung entstehen Kosten in Höhe von 59.000 Geldeinheiten.

Da im nächsten Iterationsschritt die einzelnen Standorte nicht neu zugeordnet werden, bricht das Verfahren an dieser Stelle ab. Nun wird in einem nächsten Schritt die Zuordnung neu getroffen. Dabei wird Auslieferungslager 1 die Senke 3 und 5 zugeordnet. Auslieferungslager 2 erhält nun die Senken 1, 2, 4 und 6. Daraus folgt $z := (2, 2, 1, 2, 1, 2)$.

Abbildung 6: Standorte nach der 4. Zuordnung



Betrachtung Auslieferungslager 1				Betrachtung Auslieferungslager 2			
x-Koordinate		y-Koordinate		x-Koordinate		y-Koordinate	
$x_i(1)$	$b_i(1)$	$y_i(1)$	$b_i(1)$	$x_i(2)$	$b_i(2)$	$y_i(2)$	$b_i(2)$
112	200	66	110	56	110	66	110
267	100	311	200	135	150	77	150
gesamt 300		gesamt 300		gesamt 437		gesamt 437	
/2=150		/2=150		/2=218.5		/2=218.5	
→ Auslieferungslager 1 bei (112 / 311)				→ Auslieferungslager 2 bei (135 / 77)			
$F(x, y) = 0 \cdot 150 + 149 \cdot 120 + 0 \cdot 200 + 98 \cdot 57 + 248 \cdot 100 + 90 \cdot 110 = 58.166$							

Bei dieser Zuordnung erhält Auslieferungslager 1 die Koordinaten (112/311) und ist zugleich Senke 3. Ihm zugeordnet ist Senke (Nachfrager) 3 und 5. Auslieferungslager 2 erhält hierbei die Koordinaten (135/77) und ist zugleich am selben Platz wie Senke 1. Ihm wiederum zugeordnet werden Senke 1, 2, 4 und 6. Bei dieser Standortplanung entstehen Kosten in Höhe von 58.166 Geldeinheiten.

Da im nächsten Iterationsschritt die einzelnen Standorte nicht neu zugeordnet werden, bricht das Verfahren an dieser Stelle ab. Nun wird in einem nächsten Schritt die Zuordnung neu getroffen.

Bei jedem neuen Zuordnen werden die entstehenden Kosten verglichen. Jedes Mal, wenn die absolute Kostengrenze erneut unterboten wird, wird diese Zuordnungslösung als Obergrenze für neue Vergleiche mit anderen Zuordnungen verwendet. Kann dabei ein Wert nicht mehr unterboten werden, stellt dieser Wert den minimalen Kostenwert für dieses Problem dar.